Guías Prácticas

Materia: Cálculo II

Año: 2022

Especialidades: Ingeniería Mecánica
Ingeniería Electromecánica

Integrales Curvilíneas

A. *Integrales Curvilíneas de Campos escalares*

1) Determine en cada caso una representación paramétrica indicando la variación del parámetro.
   a) Arco de parábola $y = x^2 - 3x + 2$ entre los puntos $A_0(-2,12)$ y $A_1(3,2)$.
   b) Elipse centrada en el origen y ejes sobre los ejes coordenados.
   c) Arco de circunferencia centrada en el origen, correspondiente al primer cuadrante.
   d) Segmento de recta que une los puntos $A(1,2,-1)$ y $B(0,2,2)$.
   e) Curva intersección de las superficies $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
2) Calcule las integrales curvilíneas siguientes:
   a) $\int_C (x+y)ds$; siendo C la poligonal que une los puntos (0,0); (1,0); (0,1).
   b) $\int_C x\, ds$; siendo C el segmento $y = x + 1$ entre los puntos (-1,0) y (2,3).
   c) $\int_C xy\, ds$; donde C es el contorno del primer cuadrante de la elipse de ecuación
   $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ .$$
3) Un alambre tiene la forma de un arco parabólico $y = x^2,\ 0 \leq x \leq 2$, y su densidad $\delta(x,y) = 8x$. Se pide calcular la masa del alambre.
4) Un alambre tiene la forma de circunferencia $x^2 + y^2 = a^2$.
   Si la densidad es $\delta(x,y) = x^2 + y^2$. Se pide:
   a) Masa del alambre.
   b) Momento de inercia respecto de un diámetro.
   c) Centro de gravedad.
5) Un alambre está arrollado en forma de hélice circular de radio 1 y paso π. Su densidad es constante. Se pide calcular la masa del alambre, su centro de gravedad y el momento de inercia respecto del eje OZ.

B. *Integrales Curvilíneas de Campos Vectoriales*

1) Calcule las siguientes integrales curvilíneas $\int_C \vec{F}\, d\vec{r}$ siendo:

a) $\vec{F}(x,y) = (x^2 - 2xy)\vec{e}_1 + (y^2 - 2xy)\vec{e}_2$ y C el arco de parábola $y = x^2$ desde el punto (-2,4) al punto (1,1).

b) $\vec{F}(x,y,z) = 2xy\vec{e}_1 + (x^2 + z)\vec{e}_2 + y\vec{e}_3$ y C es el segmento rectilíneo desde el punto (1,0,2) al punto (3,4,1).

c) $\vec{F}(x,y) = (x + y)\vec{e}_1 + (x - y)\vec{e}_2$ y C es la elipse canónica de semiejes a y b, recorrida en sentido antihorario.

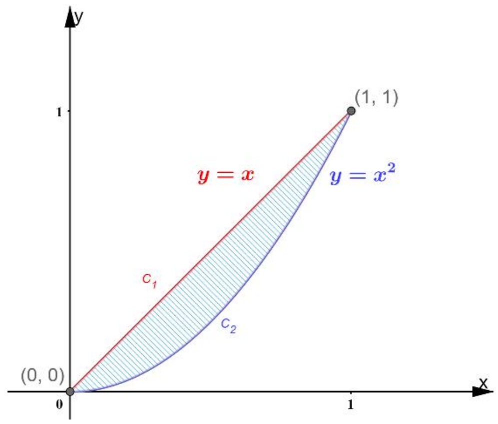
d) $\vec{F}(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2}\vec{e}_1 - \frac{x-y}{x^2+y^2}\vec{e}_2$ y C es la circunferencia centrada en el origen y de radio a, recorrida en sentido antihorario.

e) $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{e}_1 + z\vec{e}_2 + x\vec{e}_3$ y C es la curva intersección de las superficies $\begin{cases} z = xy \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ en el sentido que elija.

2) Calcule el trabajo realizado por la fuerza

$\vec{F}(x,y) = \frac{x^2y^2}{2}\vec{e}_1 + x^3\vec{e}_2$

Siendo C la curva de la figura:



3) Calcular el área plana encerrada por la curva $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ utilizando el Teorema de Green.

4) Dado el recinto H limitado por $y = \frac{1}{4}x^2$ e $y = \frac{1}{2}x$ se pide:

a) Dibujar el recinto H.

b) Calcular el área de H por integral curvilínea.

5) Dados los campos siguientes diga cuales son gradientes.

a) $\vec{F}(x,y) = 3x^2y\vec{e}_1 + x^3\vec{e}_2$

b) $\vec{F}(x,y) = (2xe^y + y)\vec{e}_1 + (x^2e^y + x - 2y)\vec{e}_2$

c) $\vec{F}(x,y) = (sen\, x \cos x)\vec{e}_1 - e^{x+y}\vec{e}_2$

d) $\vec{F}(x,y,z) = (y^2 \cos x + z^3)\vec{e}_1 + (2y\, sen\, x - 4)\vec{e}_2 + (3xz^2 + 2)\vec{e}_3$

6) Halle la función potencial de los campos gradientes del ejercicio anterior.

7) Dado $\vec{F}(x,y,z) = (yz - y - z + 1)\vec{e}_1 + (xz - x - z + 1)\vec{e}_2 + (xy - x - y - 1)\vec{e}_3$

a) Se pide verificar si es conservativo, y en tal caso, hallar la función potencial.

b) Encontrado φ hallar el trabajo entre los puntos (0,2,1) y (1,2,-3); sin integrar.

8) Sea el campo $\vec{F}(x,y,z) = 2xz\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + x^2\vec{e}_3$, se pide:

a) Verifique que $\vec{F}(x,y,z)$ es conservativo.

b) Calcule la función potencial sabiendo que $\varphi(1,0,1) = 3$

c) Usando φ calcular la circulación del campo $\vec{F}$ entre los puntos $A(1,1,1)$ y $B(0,-1,3)$ a lo largo de cualquier camino que une los dos puntos. Justifique el procedimiento empleado.