Guías Prácticas

Materia: Cálculo II

Año: 2022

Especialidades: Ingeniería Mecánica
Ingeniería Electromecánica

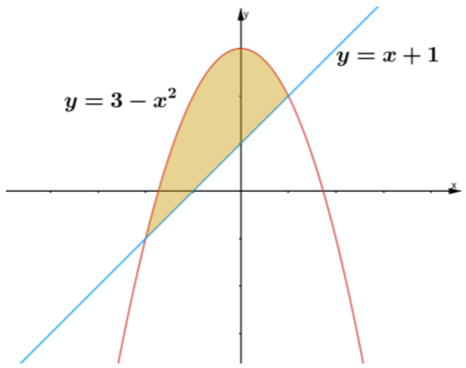
Integrales Múltiples

A) INTEGRALES MULTIPLES. CAMBIO DE COORDENADAS APLICACIONES FÍSICAS

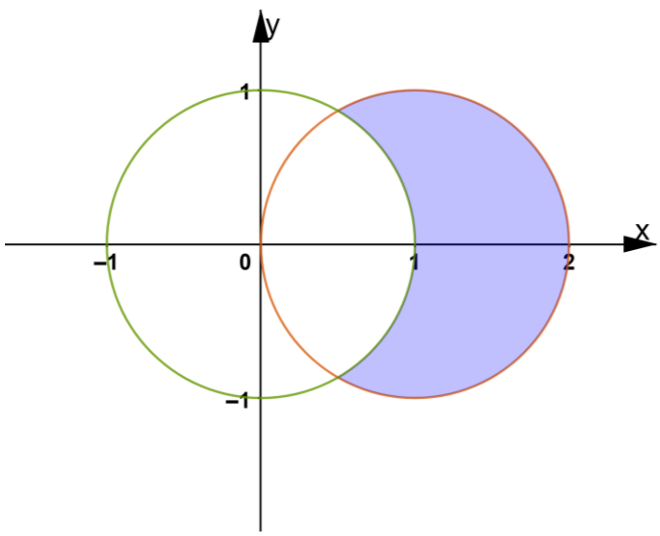
1. Graficar los dominios de integración y expresar la integral reiterada $\iint_H f(x,y)dxdy$ de dos formas distintas (y en coordenadas polares para los casos pedidos).
   a) $H = \{(x,y)/x^2 \leq y \leq x; 0 \leq x \leq 1\}$ (polares)
   b) $H = \left\{(x,y)/\frac{4}{3}y \leq x \leq \sqrt{25-y^2}; 0 \leq y \leq 3\right\}$ (polares)
   c) $H = \{(x,y)/3x \leq y \leq 4-x^2; -2 \leq x \leq 1\}$
   d) H es la región contigua al origen, limitada por: $y = 4x - x^2; y = 0; y = -3x + 6$

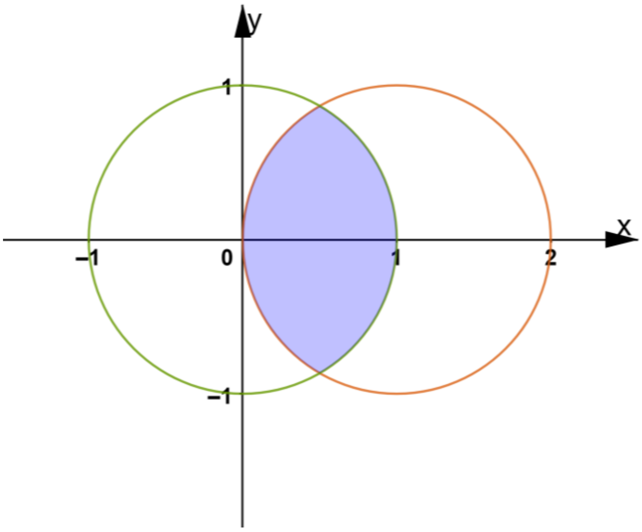
2. Halle el área de la región indicada en las siguientes figuras:

a)



b)



c) 

3. Calcule las siguientes integrales usando coordenadas polares. Grafique el dominio.

 a) $\iint_H \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\, dxdy$ H: es el semicírculo superior de centro (0,0) y radio ***a***

 b) $\iint_H (x^2 + y^2)^{1/2} dxdy$ H: limitado por: $y = x$; $y = +\sqrt{1 - x^2}$; $x = 0$;

 c) $\iint_H \sqrt{x^2 + y^2} dxdy$ H: es la corona limitada por $x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 4$

 d) $\iint_H \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$ H: recinto limitado por: $y = x$, $y = x^2$

 e) $\iint_H y dxdy$ $H = \left\{(x, y)/\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{a^2}{4};\ y \geq 0\right\}$

 f) $\iint_H x dxdy$ H es el recinto limitado por $x^2 - 4x + y^2 = 0; y \geq 0$

4. Sean las dos láminas siguientes:

 a) Lámina triangular limitada por: $y = x + 1, y = -x + 1, y = 0$.

 b) Lámina limitada inferiormente por $y = 2x^2$, y superiormente por $y = x^2 + 1$, $y = x + 1$

 Se pide en cada caso: Graficarlas y calcular el área de la misma por integrales dobles, de dos maneras distintas.

5. Sea el sólido tetraédrico de caras dadas por $x + y + z = 1; x = 0; y = 0; z = 0$. Se pide:

 a) Graficar el sólido.

 b) Calcular su volumen por integrales dobles.

 c) Hallar el centro de gravedad siendo la densidad $\delta(x, y, z) = 8x$.

6. Para cada uno de los siguientes sólidos se pide graficarlos y calcular su volumen usando integrales dobles

 a) $C = \{(x, y, z)/0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, y^2 \leq z \leq 1\}$

 b) Limitado por $z = x^2 + y^2 + 1$ y los planos $x + y = 1$; $y = 0, x = 0, z = 0$

7. Calcular el centro de gravedad de la lámina plana limitada por $y^2 = 4x + 4$; $y^2 = -2x + 4$ con densidad igual a 4.

8. Calcular el centro de gravedad de la lámina triangular limitado por las rectas: $x + y = 2$; $y - x = 2$; $x = 2$; con densidad igual a 6.

9. Hallar las coordenadas del centro de gravedad del cilindro de ecuación $x^2 + y^2 = 4$ para $0 \leq z \leq 5$, con densidad constante

10. Calcular el momento de inercia respecto del eje z, del cuerpo limitado por la superficie $x^2 + y^2 = 2z$ y el plano $z = 2$, siendo su densidad $\delta(x, y, z) = 8$. Usar coordenadas cilíndricas.

11. Calcular las coordenadas del centro de gravedad de un cono de altura h y ecuación $z^2 = x^2 + y^2$, siendo su densidad $\delta(x, y, z) = 8$. Usar coordenadas cilíndricas.

12. Calcular el volumen interior del cono $z = +\sqrt{x^2 + y^2}$ limitado superiormente por la superficie esférica: $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. Usar coordenadas esféricas y cilíndricas.

13. Hallar el volumen del sólido contenido en el primer octante y limitado por los planos $y = 0$, $z = 0$, $y = x$, y la superficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

14. Calcule el momento de inercia de un cilindro circular de radio 2 y altura 4, con respecto al eje x, siendo su densidad $\delta(x, y, z) = k$.